

## 2019학년도 대학수학능력시험 문제 및 정답

- 매교시 종료 후 탑재됩니다.(중증시각장애 수험생 시험시간 기준)
- 모든 문제 및 정답은 PDF파일로 되어 있습니다.(단, 듣기 파일은 MP3파일)
- 탑재된 파일은 수험생에게 제공된 문제지와 다르게 보일 수도 있습니다.

### 저작권 안내

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.  
한국교육과정평가원의 허락없이 문제의 일부 또는 전부를 무단 복제, 배포, 출판,  
전자출판 하는 등 저작권을 침해하는 일체의 행위를 금합니다.



제 2 교시

수학 영역(가형)

짜수형

5지선다형

1. 두 벡터  $\vec{a} = (1, -2)$ ,  $\vec{b} = (-1, 4)$ 에 대하여  
벡터  $\vec{a} + 2\vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]
- ① 1            ② 2            ③ 3            ④ 4            ⑤ 5

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 5x}{\ln(1 + 3x)}$ 의 값은? [2점]
- ① 1            ②  $\frac{4}{3}$             ③  $\frac{5}{3}$             ④ 2            ⑤  $\frac{7}{3}$

3. 좌표공간의 두 점  $A(2, a, -2)$ ,  $B(5, -2, 1)$ 에 대하여  
선분 AB를 2:1로 내분하는 점이  $x$ 축 위에 있을 때,  
 $a$ 의 값은? [2점]
- ① 1            ② 2            ③ 3            ④ 4            ⑤ 5

4. 두 사건  $A, B$ 에 대하여  $A$ 와  $B^C$ 은 서로 배반사건이고  
 $P(A) = \frac{1}{3}$ ,  $P(A^C \cap B) = \frac{1}{6}$   
일 때,  $P(B)$ 의 값은? (단,  $A^C$ 은  $A$ 의 여사건이다.) [3점]
- ①  $\frac{5}{12}$             ②  $\frac{1}{2}$             ③  $\frac{7}{12}$             ④  $\frac{2}{3}$             ⑤  $\frac{3}{4}$

5. 함수  $y=2^x+2$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $m$ 만큼  
평행이동한 그래프가 함수  $y=\log_2 8x$ 의 그래프를  $x$ 축의  
방향으로 2만큼 평행이동한 그래프와 직선  $y=x$ 에 대하여  
대칭일 때, 상수  $m$ 의 값은? [3점]

- ① 5            ② 4            ③ 3            ④ 2            ⑤ 1

6. 초점이 F인 포물선  $y^2=12x$  위의 점 P에 대하여  
 $\overline{PF}=9$ 일 때, 점 P의  $x$ 좌표는? [3점]

- ① 6            ②  $\frac{13}{2}$             ③ 7            ④  $\frac{15}{2}$             ⑤ 8

7. 곡선  $e^x-xe^y=y$  위의 점  $(0,1)$ 에서의 접선의 기울기는?  
[3점]

- ①  $3-e$         ②  $2-e$         ③  $1-e$         ④  $-e$         ⑤  $-1-e$

8. 확률변수  $X$ 가 이항분포  $B\left(n, \frac{1}{2}\right)$ 을 따르고  $E(X^2)=V(X)+25$ 를 만족시킬 때,  $n$ 의 값은? [3점]
- ① 10            ② 12            ③ 14            ④ 16            ⑤ 18

9. 함수  $f(x)=\frac{1}{1+e^{-x}}$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 할 때,  $g'(f(-1))$ 의 값은? [3점]
- ①  $\frac{1}{(1+e)^2}$             ②  $\frac{e}{1+e}$             ③  $\left(\frac{1+e}{e}\right)^2$   
 ④  $\frac{e^2}{1+e}$             ⑤  $\frac{(1+e)^2}{e}$

10. 주머니 속에 2부터 8까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 구슬 7개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 2개의 구슬을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 구슬에 적힌 두 자연수가 서로소일 확률은? [3점]
- ①  $\frac{16}{21}$             ②  $\frac{2}{3}$             ③  $\frac{4}{7}$             ④  $\frac{10}{21}$             ⑤  $\frac{8}{21}$

11.  $0 \leq \theta < 2\pi$  일 때,  $x$  에 대한 이차방정식

$$6x^2 + (4\cos\theta)x + \sin\theta = 0$$

이 실근을 갖지 않도록 하는 모든  $\theta$  의 값의 범위는  $\alpha < \theta < \beta$  이다.  $3\alpha + \beta$  의 값은? [3점]

- ①  $\frac{5}{6}\pi$       ②  $\pi$       ③  $\frac{7}{6}\pi$       ④  $\frac{4}{3}\pi$       ⑤  $\frac{3}{2}\pi$

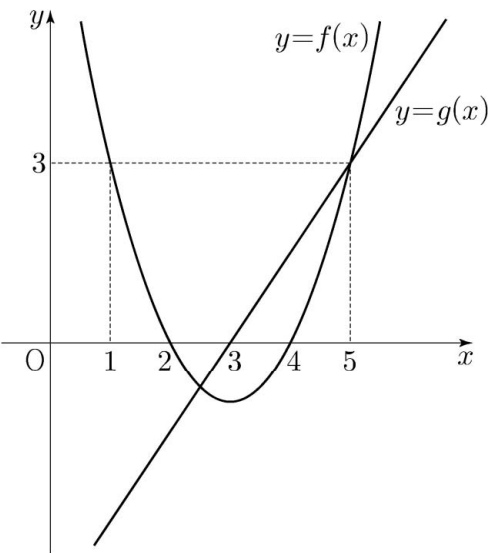
12. 네 명의 학생 A, B, C, D 에게 같은 종류의 초콜릿 8 개를 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수는? [3점]

- (가) 각 학생은 적어도 1 개의 초콜릿을 받는다.  
(나) 학생 A 는 학생 B 보다 더 많은 초콜릿을 받는다.

- ① 11      ② 13      ③ 15      ④ 17      ⑤ 19

13. 좌표공간에서 점  $(2, 0, 5)$ 를 지나고 직선  $x-1=2-y=\frac{z+1}{2}$ 을 포함하는 평면이  $x$ 축과 만나는 점의  $x$ 좌표는? [3점]
- ①  $\frac{5}{2}$       ② 3      ③  $\frac{7}{2}$       ④ 4      ⑤  $\frac{9}{2}$

14. 이차함수  $y=f(x)$ 의 그래프와 일차함수  $y=g(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 부등식  $\left(\frac{1}{2}\right)^{f(x)g(x)} \geq \left(\frac{1}{8}\right)^{g(x)}$ 을 만족시키는 모든 자연수  $x$ 의 값의 합은? [4점]



- ① 7      ② 9      ③ 11      ④ 13      ⑤ 15

15. 어느 회사 직원들의 어느 날의 출근 시간은 평균이 66.4 분, 표준편차가 15 분인 정규분포를 따른다고 한다. 이 날 출근 시간이 73 분 이상인 직원들 중에서 40%, 73 분 미만인 직원들 중에서 20%가 지하철을 이용하였고, 나머지 직원들은 다른 교통수단을 이용하였다. 이 날 출근한 이 회사 직원들 중 임의로 선택한 1 명이 지하철을 이용하였을 확률은? (단,  $Z$ 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때,  $P(0 \leq Z \leq 0.44) = 0.17$ 로 계산한다.) [4점]

- ① 0.266    ② 0.276    ③ 0.286    ④ 0.296    ⑤ 0.306

16.  $x > 0$ 에서 정의된 연속함수  $f(x)$ 가 모든 양수  $x$ 에 대하여

$$2f(x) + \frac{1}{x^2}f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$$

을 만족시킬 때,  $\int_{\frac{1}{2}}^2 f(x)dx$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{2\ln 2}{3} + \frac{3}{2}$     ②  $\frac{2\ln 2}{3} + 1$     ③  $\frac{\ln 2}{3} + 1$   
 ④  $\frac{2\ln 2}{3} + \frac{1}{2}$     ⑤  $\frac{\ln 2}{3} + \frac{1}{2}$

17. 다음은 집합  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  과 함수  $f: X \rightarrow X$  에 대하여 합성함수  $f \circ f$  의 치역의 원소의 개수가 5인 함수  $f$  의 개수를 구하는 과정이다.

함수  $f$  와 함수  $f \circ f$  의 치역을 각각  $A$  와  $B$  라 하자.  
 $n(A) = 6$  이면 함수  $f$  는 일대일 대응이고, 함수  $f \circ f$  도 일대일 대응이므로  $n(B) = 6$  이다.  
 또한  $n(A) \leq 4$  이면  $B \subset A$  이므로  $n(B) \leq 4$  이다.  
 그러므로  $n(A) = 5$ , 즉  $B = A$  인 경우만 생각하면 된다.

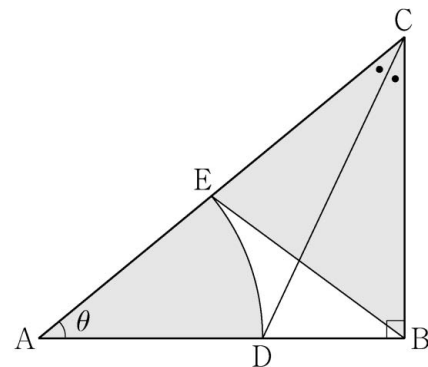
- (i)  $n(A) = 5$  인  $X$  의 부분집합  $A$  를 선택하는 경우의 수는  (가) 이다.
- (ii) (i) 에서 선택한 집합  $A$  에 대하여,  $X$  의 원소 중  $A$  에 속하지 않는 원소를  $k$  라 하자.  
 $n(A) = 5$  이므로 집합  $A$  에서  $f(k)$  를 선택하는 경우의 수는  (나) 이다.
- (iii) (i) 에서 선택한  $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$  와 (ii) 에서 선택한  $f(k)$  에 대하여,  $f(k) \in A$  이며  $A = B$  이므로  $A = \{f(a_1), f(a_2), f(a_3), f(a_4), f(a_5)\} \cdots (*)$  이다.  $(*)$  을 만족시키는 경우의 수는 집합  $A$  에서 집합  $A$  로의 일대일 대응의 개수와 같으므로  (다) 이다.

따라서 (i), (ii), (iii) 에 의하여 구하는 함수  $f$  의 개수는  (가)  $\times$   (나)  $\times$   (다) 이다.

위의 (가), (나), (다) 에 알맞은 수를 각각  $p, q, r$  라 할 때,  $p + q + r$  의 값은? [4점]

- ① 131      ② 136      ③ 141      ④ 146      ⑤ 151

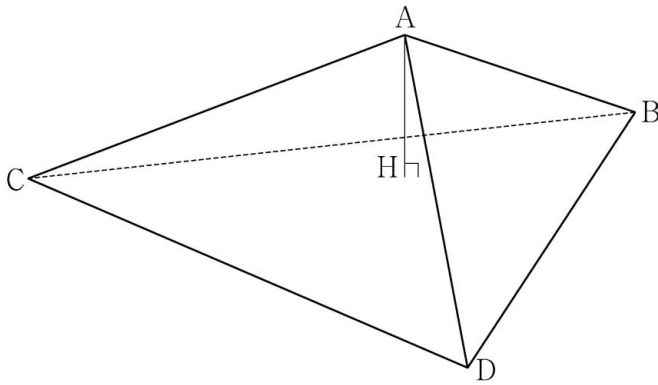
18. 그림과 같이  $\overline{AB} = 1$ ,  $\angle B = \frac{\pi}{2}$  인 직각삼각형  $ABC$  에서  $\angle C$  를 이등분하는 직선과 선분  $AB$  의 교점을  $D$ , 중심이  $A$  이고 반지름의 길이가  $\overline{AD}$  인 원과 선분  $AC$  의 교점을  $E$  라 하자.  $\angle A = \theta$  일 때, 부채꼴  $ADE$  의 넓이를  $S(\theta)$ , 삼각형  $BCE$  의 넓이를  $T(\theta)$  라 하자.  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\{S(\theta)\}^2}{T(\theta)}$  의 값은? [4점]



- ①  $\frac{1}{4}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\frac{3}{4}$       ④ 1      ⑤  $\frac{5}{4}$

19. 한 변의 길이가 12인 정삼각형 BCD를 한 면으로 하는 사면체 ABCD의 꼭짓점 A에서 평면 BCD에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 점 H는 삼각형 BCD의 내부에 놓여 있다. 삼각형 CDH의 넓이는 삼각형 BCH의 넓이의 3배, 삼각형 DBH의 넓이는 삼각형 BCH의 넓이의 2배이고  $\overline{AH}=3$ 이다. 선분 BD의 중점을 M, 점 A에서 선분 CM에 내린 수선의 발을 Q라 할 때, 선분 AQ의 길이는? [4점]

- ①  $\sqrt{15}$     ②  $\sqrt{14}$     ③  $\sqrt{13}$     ④  $2\sqrt{3}$     ⑤  $\sqrt{11}$



20. 점  $\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$ 에서 곡선  $y = \sin x (x > 0)$ 에 접선을 그어 접점의  $x$ 좌표를 작은 수부터 크기순으로 모두 나열할 때,  $n$ 번째 수를  $a_n$ 이라 하자. 모든 자연수  $n$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

—<보 기>—

$$\neg. \tan a_n = a_n + \frac{\pi}{2}$$

$$\neg. \tan a_{n+2} - \tan a_n > 2\pi$$

$$\sqsubset. a_{n+1} + a_{n+2} > a_n + a_{n+3}$$

- ①  $\neg$                       ②  $\neg, \neg$                       ③  $\neg, \sqsubset$   
 ④  $\neg, \sqsubset$                       ⑤  $\neg, \neg, \sqsubset$

21. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $f(-1)$ 의 값은? [4점]

(가) 모든 실수  $x$ 에 대하여  
 $2\{f(x)\}^2f'(x) = \{f(2x+1)\}^2f'(2x+1)$ 이다.

(나)  $f\left(-\frac{1}{8}\right) = 1, f(6) = 2$

- ①  $\frac{\sqrt[3]{3}}{6}$
- ②  $\frac{\sqrt[3]{3}}{3}$
- ③  $\frac{\sqrt[3]{3}}{2}$
- ④  $\frac{2\sqrt[3]{3}}{3}$
- ⑤  $\frac{5\sqrt[3]{3}}{6}$

단답형

22.  ${}_6P_2 - {}_6C_2$ 의 값을 구하십시오. [3점]

23.  $\tan \theta = 5$ 일 때,  $\sec^2 \theta$ 의 값을 구하십시오. [3점]

24. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각  $t(t \geq 0)$ 에서의 위치  $(x, y)$ 가

$$x = 1 - \cos 4t, \quad y = \frac{1}{4} \sin 4t$$

이다. 점 P의 속력이 최대일 때, 점 P의 가속도의 크기를 구하시오. [3점]

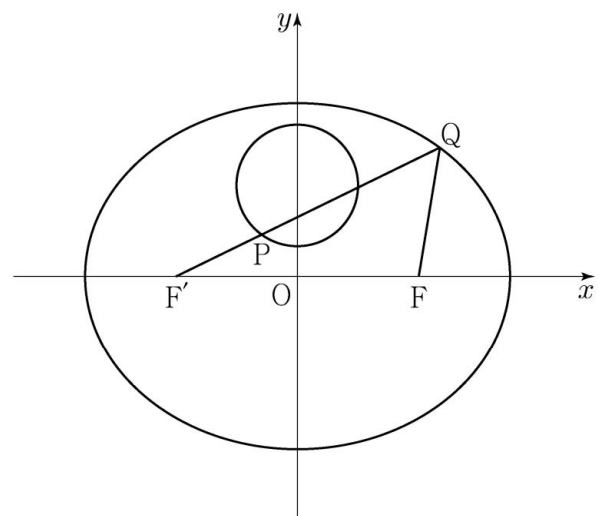
25.  $\int_0^{\pi} x \cos(\pi - x) dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 어느 지역 주민들의 하루 여가 활동 시간은 평균이  $m$ 분, 표준편차가  $\sigma$ 분인 정규분포를 따른다고 한다. 이 지역 주민 중 16명을 임의추출하여 구한 하루 여가 활동 시간의 표본평균이 75분일 때, 모평균  $m$ 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이  $a \leq m \leq b$ 이다. 이 지역 주민 중 16명을 다시 임의추출하여 구한 하루 여가 활동 시간의 표본평균이 77분일 때, 모평균  $m$ 에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간이  $c \leq m \leq d$ 이다.  $d - b = 3.86$ 을 만족시키는  $\sigma$ 의 값을 구하시오. (단,  $Z$ 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때,  $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ ,  $P(|Z| \leq 2.58) = 0.99$ 로 계산한다.) [4점]

27. 한 개의 주사위를 한 번 던진다. 홀수의 눈이 나오는 사건을  $A$ , 6 이하의 자연수  $m$ 에 대하여  $m$ 의 약수의 눈이 나오는 사건을  $B$ 라 하자. 두 사건  $A$ 와  $B$ 가 서로 독립이 되도록 하는 모든  $m$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

28. 두 초점이  $F, F'$ 인 타원  $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{33} = 1$ 이 있다.

원  $x^2 + (y-3)^2 = 4$  위의 점  $P$ 에 대하여 직선  $F'P$ 가 이 타원과 만나는 점 중  $y$ 좌표가 양수인 점을  $Q$ 라 하자.  $\overline{PQ} + \overline{FQ}$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]



29. 좌표평면에서 넓이가 9인 삼각형 ABC의 세 변 AB, BC, CA 위를 움직이는 점을 각각 P, Q, R라 할 때,

$$\overrightarrow{AX} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AR}) + \frac{1}{2}\overrightarrow{AQ}$$

를 만족시키는 점 X가 나타내는 영역의 넓이가  $\frac{q}{p}$ 이다.

$p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)

[4점]

30. 최고차항의 계수가  $6\pi$ 인 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여

함수  $g(x) = \frac{1}{2 + \sin(f(x))}$ 이  $x = \alpha$ 에서 극대 또는 극소이고,

$\alpha \geq 0$ 인 모든  $\alpha$ 를 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을  $\alpha_1$ ,

$\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \dots$ 라 할 때,  $g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $\alpha_1 = 0$ 이고  $g(\alpha_1) = \frac{2}{5}$ 이다.

(나)  $\frac{1}{g(\alpha_5)} = \frac{1}{g(\alpha_2)} + \frac{1}{2}$

$g'\left(-\frac{1}{2}\right) = a\pi$ 라 할 때,  $a^2$ 의 값을 구하시오.

(단,  $0 < f(0) < \frac{\pi}{2}$ ) [4점]

\* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.